

5-2 Ascending Differences[Backward Differences](B.W.D)

جیاوازیہ بہرہوڑوورہکان
خستہی جیاوازیہ بہرہوڑوورہکان

Table of Backward Differences (B.W.D)

i	x_i	y_i	∇y_i	$\nabla^2 y_i$	$\nabla^3 y_i$	$\nabla^4 y_i$	$\nabla^5 y_i$
0	x_0	y_0					
			∇y_0				
-1	x_{-1}	y_{-1}		$\nabla^2 y_0$			
			∇y_{-1}		$\nabla^3 y_0$		
-2	x_{-2}	y_{-2}		$\nabla^2 y_{-1}$		$\nabla^4 y_0$	
			∇y_{-2}		$\nabla^3 y_{-1}$		$\nabla^5 y_0$
-3	x_{-3}	y_{-3}		$\nabla^2 y_{-2}$		$\nabla^4 y_{-1}$	
			∇y_{-3}		$\nabla^3 y_{-2}$		
-4	x_{-4}	y_{-4}		$\nabla^2 y_{-3}$			
			∇y_{-4}				
-5	x_{-5}	y_{-5}					

$$\nabla f(x) = f(x) - f(x - h)$$

لهوخشتهیهی سهروهدها هیمای ∇ پیی نهوتریت نابله (Nabla) بوئهه

ریگایه به کارنه هیئریت

نهتوانین نهوخشتهیه بهم شیوهیهی خوارهوه رونی بکهینهوه

1- کوئومی (ستونی) یه کهم و دووهم وسییهه تاییهتن به نرخهکانی (y_i و x_i و i)

2- کوئومی چوارهه

$$\nabla y_0 = y_0 - y_{-1}$$

$$\nabla y_{-1} = y_{-1} - y_{-2}$$

$$\nabla y_{-2} = y_{-2} - y_{-3}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

3- کوئومی بینجهه

$$\nabla^2 y_0 = \nabla y_0 - \nabla y_{-1}$$

$$\nabla^2 y_{-1} = \nabla y_{-1} - \nabla y_{-2}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

4- کوئومی شهشهه

$$\nabla^3 y_0 = \nabla^2 y_0 - \nabla^2 y_{-1}$$

$$\nabla^3 y_{-1} = \nabla^2 y_{-1} - \nabla^2 y_{-2}$$

$$\nabla^3 y_{-2} = \nabla^2 y_{-2} - \nabla^2 y_{-3}$$

5- کوئومی جهوتهه

$$\nabla^4 y_0 = \nabla^3 y_0 - \nabla^3 y_{-1}$$

$$\nabla^4 y_{-1} = \nabla^3 y_{-1} - \nabla^3 y_{-2}$$

6- کوئومی ههشتهه

$$\nabla^5 y_0 = \nabla^4 y_0 - \nabla^4 y_{-1}$$

Example 1

For the following data write the table of Ascending Differences [Backward Differences](B.W.D)

i	0	-1	-2	-3	-4	-5
x_i	11	9	7	5	3	1
y_i	12	10	8	6	4	2

Solution:

i	x_i	y_i	∇y_i	$\nabla^2 y_i$	$\nabla^3 y_i$	$\nabla^4 y_i$	$\nabla^5 y_i$
0	11	12					
			2				
-1	9	10		0			
			2		0		
-2	7	8		0		0	
			2		0		0
-3	5	6		0		0	
			2		0		
-4	3	4		0			
			2				
-5	1	2					

نم خشته يه دا : بۆكۆلۆمى چوارەم ژمارەكانى (y_i) بۇ دۆزىنە دەى كۆلۆمى (∇y_i) بەكار نە ھىيىن ھەر ژمارە يەك نە ژمارە يىش خۆى نە كۆلۆمە كەيدا كەم نە كرىتتە دە بۆكۆلۆمى يىنجەم ژمارەكانى (∇y_i) بۇ دۆزىنە دەى كۆلۆمى ($\nabla^2 y_i$) بەكار نە ھىيىنە

روونكر دنه وهى خشته كه

له و خشته يه دا

بوكولئومى چوارهم

ژماره كانى (y_i) بۇ دۆزىنه وهى كولئومى (∇y_i) به كار ئه هينين هەر ژماره يه ك

له ژماره ي پيش خوى له كولئومه كه يدا كه م ئه كرئته وه

بوكولئومى پينجه م

ژماره كانى $((\nabla y_i))$ بۇ دۆزىنه وهى كولئومى $(\nabla^2 y_i)$ به كار ئه هينين

بوكولئومى شه شه م

ژماره كانى $((\nabla^2 y_i))$ بۇ دۆزىنه وهى كولئومى $(\nabla^3 y_i)$ به كار ئه هينين

به م شيوه يه هه تا خشته كه ته واو ئه بيت هەر كولئومه به كار ئه هينريت بۇ

دۆزىنه وهى كولئومى دواى خوى

Example 2

i	x_i	y_i	∇y_i	$\nabla^2 y_i$	$\nabla^3 y_i$	$\nabla^4 y_i$	$\nabla^5 y_i$
0	1	3					
-1	3	5	-2	3			
-2	5	10	-5	-8	11		
-3	7	7	3	4	-12	23	
-4	9	8	-1	2	2	-14	37
-5	11	11	-3				

6-3 Newton Backward Interpolation Formula

ئەم بابەتە لە چاپتەری شەشەمە بەلام لەبەر ئەوەی پێویستی بەبەکارهێنانی خستەى
Backward Differences راستەخۆ لەپاش بابەتی Backward Differences وەری ئەگرین

-ئامانجى (N.B.W.I.F) Newton Backward Interpolation Formula زۆرە بەلام لێرەدا بە
ئامانجى دۆزینەوێ مۆدیل یان ھاوکیشەى (Data) یەکی دیاری کراو
-مەرجى ئەم ریگایە پێویستە مەودای (جیاوازی) لەنیوان نرخەکانى (x) یەکسان بن مانای نرخى (h)
یەکسان بن

6 – 3 Deriving Newton Backward Interpolation Formula {N. B. W. I. F. }

دهرهینانی یاسای (N.B.W.I.F)

$$\text{If } \nabla y_0 = y_0 - y_{-1}$$

$$y_{-1} = y_0 - \nabla y_0 = (1 - \nabla)y_0$$

$$\nabla y_{-1} = y_{-1} - y_{-2}$$

$$y_{-2} = y_{-1} - \nabla y_{-1} = (1 - \nabla)y_{-1} = (1 - \nabla)(1 - \nabla)y_0$$

$$y_{-2} = (1 - \nabla)^2 y_0$$

$$\nabla y_{-2} = y_{-2} - y_{-3}$$

$$y_{-3} = y_{-2} - \nabla y_{-2} = (1 - \nabla)y_{-2} = (1 - \nabla)(1 - \nabla)^2 y_0$$

$$y_{-3} = (1 - \nabla)^3 y_0$$

$$\nabla y_{-3} = y_{-3} - y_{-4}$$

$$y_{-4} = y_{-3} - \nabla y_{-3} = (1 - \nabla)y_{-3} = (1 - \nabla)(1 - \nabla)^3 y_0$$

$$y_{-4} = (1 - \nabla)^4 y_0$$

$$\vdots$$
$$\vdots$$

$$y_{-n} = (1 - \nabla)^n y_0$$

$$y_{-n} = \sum_{i=0}^{-n} (-1)^i \binom{-n}{i} \nabla^i y_0$$

$$y_{-n} = \sum_0^n \binom{n+i-1}{i} \nabla^i y_0$$

$$y_{-n} = y_0 + \binom{n}{1} \nabla^1 y_0 + \binom{n+1}{2} \nabla^2 y_0 + \binom{n+2}{3} \nabla^3 y_0 + \dots$$
$$+ \binom{n+k-1}{k} \nabla^k y_0$$

Example

Find [N.B.W.I.F] for the following data

i	x_i	y_i	∇y_i	$\nabla^2 y_i$	$\nabla^3 y_i$	$\nabla^4 y_i$	$\nabla^5 y_i$
0	5	11					
			-4				
-1	7	15		0			
			-4		0		
-2	9	19		0		0	
			-4		0		0
-3	11	23		0		0	
			-4		0		
-4	13	27		0			
			-4				
-5	15	31					

$$y_{-n} = y_0 + \binom{n}{1} \nabla^1 y_0 + \binom{n+1}{2} \nabla^2 y_0 + \binom{n+2}{3} \nabla^3 y_0 + \dots$$

$$+ \binom{n+k-1}{k} \nabla^k y_0$$

بههۆی ئەم یاسایەوه پەيوەندی نیوان (y_{-n}) و (n) ئەدۆزینەوه

$$y_{-n} = 11 + \binom{n}{1} (-4) + 0 + 0 + 0 + 0$$

$$y_{-n} = 11 + \frac{n!}{1!(n-1)!} (-4)$$

$$y_{-n} = 11 + n(-4)$$

$$y_{-n} = 11 - 4n \text{ --- (1) } \square$$

ھەروەھاپیویستەپەییوھندی نیوان (n) و (x_{-n}) بدۆزینەوھ لەبەرئەوھ

$$x_{-1} = x_0 - 1h$$

$$x_{-2} = x_0 - 2h$$

$$x_{-3} = x_0 - 3h$$

⋮ ⋮

$$\therefore x_{-n} = x_0 - nh \text{ --- (2)}$$

بۆ دۆزینەوھ پیوھندی نیوان (n) و (x_{-n}) تەنھا ھاوکیشە (2) بەکارئەھینین

$$x_{-n} = x_0 - nh$$

لەم کاتەدا $x_0 = 5$ و $h = 2$ جیاوازی نیوان (x) کان

$$x_{-n} = x_0 - nh \square$$

$$x_{-n} = 5 - 2n \text{ ----- (3) } \square$$

$$2n = 5 - x_{-n}$$

$$n = \frac{5 - x_{-n}}{2} \text{ ----- (4) } \square$$

بہہکار ہینانی دوو هاوکیشہی (4) له (1) دا

$$y_{-n} = 11 - 4n \square$$

$$y_{-n} = 11 - 4 \left(\frac{5 - x_{-n}}{2} \right) \square$$

$$y_{-n} = 11 - 2(5 - x_{-n}) \quad \square$$

$$y_{-n} = 11 - 10 + 2x_{-n} \square$$

هاوکیشہ دا واکراوہ کہہ

$$y_{-n} = 1 + 2x_{-n} \square$$