تقدير معلمات توزيع ويبل لبعض البيانات بعد اختبارها باستخدام برنامج Easy Fit

أ.م.د. اوات سردار وادي
جامعة صلاح الدين - اربيل
كلية الإدارة والاقتصاد
awat.wahdi@su.edu.krd

م.م. سامى على عبيد
جامعة صلاح الدين - اربيل
كلية الإدارة والاقتصاد
Sami.obed@su.edu.krd

ISSN 2709-6475 DOI: https://dx.doi.org/10.37940/BEJAR.2023.5.2.19

تأريخ استلام البحث ٢٠٢٢/١٢/١٢ **تأريخ قبول النشر** ٢٠٢٣/٢/١٦ **تأريخ النشر** ٢٠٢٣/٨/٣٠

المستخلص

يُعد توزيع ويبل (Weibull Distribution) من أفضل نماذج الفشل الذي يمكن استخدامه لوصف المراحل المختلفة التي تمر بها أي ماكنة أو جهاز كمرحلة الفشل المبكر (الفشل المتناقص) (Decreasing Failure Rate) ومرحلة الفشل المتزايد (Increasing Failure Rate)، وكذلك من الممكن استخدامه في نمذجة بيانات البقاء للاشخاص المصابين بمرض معين، لذا تم استخدامه في هذا البحث لوصف نوعين من البيانات، النوع الأول يمثل بيانات عن عطلات اطارات الطائرات اما النوع الثاني من البيانات فيمثل بيانات عن سرطان الرئة، إذ تم اختبار هذين النوعين من البيانات باستخدام البرنامج الإحصائي (Easy Fit)، وذلك باستخدام كل من اختبار (Kolmogrov-Smirnov) واختبار (Anderson-Darling) الذي تم التوصل من خلالهما إلى أن كل نوع من هذه البيانات يتبع توزيع ويبل ذي المعلمتين، وبعد ذلك تم تقدير كل من المعلمات ودالة المعولية لهذا التوزيع باستخدام طريقتي العزوم والامكان الاعظم وذلك باستخدام برنامج R.

الكلمات المفتاحية: توزيع ويبل، طريقة الامكان الاعظم، طريقة العزوم، برنامج Easy Fit.

Estimation of Weibull distribution parameters for some data after testing it with Easy Fit software

Assist. Prof. Dr. Awat Sirdar Wahdi
Salahaddin University-Erbil
College of Administration and Economic
awat.wahdi@su.edu.krd

Assistant Lecture: Sami Ali Obed
Salahaddin University-Erbil
College of Administration and Economic
Sami.obed@su.edu.krd

Abstract

The Weibull distribution (Weibull Distribution) is one of the best failure models that can describe the different stages that any machine or device goes through, such as the stage of early failure (Decreasing Failure rate) and the stage of increasing failure rate, so it was used in this research to describe two types of data, the first type represents data on aircraft tire malfunctions, the second type of The data represents data on lung cancer , These two types of data were tested using the statistical program (Easy Fit) using both the test (Kolmogrov-Smirnov) and the test (Anderson-Darling), through which it was concluded that each type of this data follows the parameterized Weibull distribution, and then both the parameters and the reliability function of this distribution were estimated using the methods of moments and greatest possibilities, using the R program.

Key words: Weibull Distribution, Maximum Likelihood Method, Moment Method, Easy Fit.

١. المقدمة:

يُعد توزيع ويبل (Weibull Distribution) من افضل نماذج الفشل الذي يمكن ان يصف مراحل الفشل ظهر عام ١٩٣٩ وسمى بهذا الاسم نسبة الى العالم السويدي Weibull، إذ ظهر هذا التوزيع بعد الحرب العالمية الثانية كأحد نماذج الفشل وأكثرها استعمالاً وشيوعاً في دراسات المعولية لأنه أحد النماذج التي تصف حالات الفشل المختلفة لأي جهاز، إذ يستعمل توزيع ويبل لوصف عطلات الكثير من المكائن والمعدات ذات طبيعة العمل الميكانيكي، ومن الجدير بالذكر ان التوزيع الاسي هو حالة خاصة من توزيع ويبل وقد انحسر استعماله، وذلك بسبب خاصية ثبات معدل الفشل الذي يتصف بها التوزيع الاسي، على العكس منه فإن توزيع ويبل يمكن استخدامه لوصف المراحل المختلفة التي تمر بها أي ماكنة أو جهاز كمرحلة الفشل المبكر (الفشل المتناقص) (Decreasing Failure Rate) ومرحلة الفشل المتزايد (Increasing Failure Rate)، ونظراً لأهمية هذا التوزيع فقد تم استخدامه من قبل العديد من الباحثين وقاموا بإيجاد طرائق مختلفة لتقدير معلماته، إذ قام Malik,*et.al.*[11] بإيجاد معولية نظام Non-Series-Parallel System لسبع مركبات وكان المتغير العشوائي الذي يمثل وقت العطل والاشتغال للمركبات يتبع توزيع ويبل، وقام Jia[13] بدراسة المعولية لتوزيع ويبل لبيانات مراقبة متجانسة بشكل كبير، وقدم Johnson,*et.al.*[8] العديد من طرائق التقدير الشائعة منها طريقة الإمكان الأعظم (MLE) وطريقة العزوم (MM) وطريقة النسب المئوية (PM) وطريقة العزوم اللوغارتمية (MLM) وتقديرات بيز، واقترح Teimouri,*et.al.*[7] طريقة مقدرات L-Moment (LM) لتوزيع ويبل، وقام Kantar[14] باقتراح طريقة المربعات الصغرى العامة وطريقة المربعات الصغرى الموزونة كطرائق لتقدير معلمات توزيع ويبل، وحقق Datsiou & Overend[6] أربعة طرائق لتقدير توزيع ويبل لبيانات قوة الزجاج، واقترح Hidekazu,*et.al.*[12] تحسين طريقة تقدير الامكان الاعظم (MLE) مما أدى إلى تحسين تقدير كل من معلمة الشكل ومعلمة القياس لتوزيع ويبل.

أما في هذا البحث فقد تم استخدام توزيع ويبل ذي المعلمتين لنمذجة نوعين من البيانات النوع الأول يمثل بيانات عن عطلات اطارات الطائرات، أما النوع الثاني من البيانات فيمثل بيانات عن سرطان الرئة، وذلك بعد اختبار توزيع هذه البيانات باستخدام البرنامج الاحصائي (Easy Fit) وذلك باستخدام كل من اختبار (Kolmogrov-Smirnov) واختبار (Anderson-Darling)، وبعد معرفة التوزيع الاحصائي تم تقدير معلماته ودالة المعولية بطريقتي العزوم والامكان الاعظم وذلك باستخدام برنامج R.

٢. توزيع ويبل ذو المعلمتين للفشل Two-parameter Weibull Failure Distribution:[1,2,10]

يُعد توزيع ويبل (Weibull Distribution) من أفضل نماذج الفشل، إذ يستخدم هذا التوزيع لوصف عطلات الكثير من المكائن والمعدات ذات طبيعة العمل الميكانيكي، وكذلك نمذجة الكثير من بيانات البقاء للاشخاص المصابين ببعض الامراض، وان الدالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) للمتغير العشوائي T الذي يتبع توزيعَ ويبل هي:

$$f(t,\theta,\beta)=\frac{\beta}{\theta}t^{\beta-1}e^{-\frac{t^{\beta}}{\theta}} \qquad \dots (1)$$

$$t>0;\beta,\theta>0$$

إذ تمثل:

θ: معلمة القياس (Scale parameter).

β: معلمة الشكل (Shape parameter).

وإن العزم الراني لتوزيع ويبل هو:

$$E(t^r) = \int_0^\infty t^r \frac{\beta}{\theta} t^{\beta-1} e^{\frac{-t^\beta}{\theta}} dt = \theta^{\frac{r}{\beta}} r\left(\frac{r}{\beta}+1\right) \qquad \ldots (2)$$

وعند التعويض عن (r=1) في المعادلة (2) اعلاه نحصل على العزم الأول M_1 والذي يمثل E(t):

$$M_1 = E(t) = \theta^{\frac{1}{\beta}} r\left(\frac{1}{\beta}+1\right)$$

أما عند التعويض عن (r=2) نحصل على العزم الثاني M_2 الذي يمثل ($E(t^2)$) والذي هو:

$$M_2 = E(t^2) = \theta^{\frac{2}{\beta}} r\left(\frac{2}{\beta}+1\right)$$

والتباين لتوزيع ويبل يكون وفق الصيغة الآتية:

$$var(t) = E(t^2) - [E(t)]2$$

$$= \theta^{\frac{2}{\beta}[r\left(\frac{2+\beta}{\beta}\right) - r^2(\frac{1+\beta}{\beta)}]}$$

أما دالة التوزيع (التراكمي) لتوزيع ويبل فتكون بالصيغة الآتية:

$$F(t) = \int_0^t \frac{\beta}{\theta} u^{\beta-1} \exp\left[-\frac{u^\beta}{\theta}\right] d$$

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\frac{t^\beta}{\theta}\right] \qquad \ldots (3)$$

ودالة المعولية لتوزيع ويبل يتم حسابها من خلال الصيغة:

$$R(t) = 1 - F(t)$$

$$R(t) = \exp\frac{-t^\beta}{\theta} \qquad \ldots (4)$$

أما معدل الفشل (الإخفاق) فيمكن ايجاده باستخدام الصيغة الآتية:

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

وعند التعويض عن دالة الكثافة الاحتمالية ودالة المعولية لتوزيع ويبل نحصل على معدل الفشل (الإخفاق) الذي يتناسب طرديا مع β معلمة الشكل وعكسيا مع θ معلمة القياس.

$$h(t) = \frac{\frac{\beta}{\theta} t^{\beta-1} \exp[-\frac{t^\beta}{\theta}]}{\exp[-\frac{t^\beta}{\theta}]}$$

$$h(t) = \frac{\beta}{\theta} t^{\beta-1} \qquad \ldots (5)$$

٣. بعض خصائص توزيع ويبل ذي المعلمتين للفشل[1,3]:

سيتم في هذه الفقرة التطرق الى بعض خصائص توزيع ويبل عن طريق توضيح تأثير معلمتي الشكل والقياس في التوزيع:

- عندما $(\beta = 1)$: يتحول توزيع ويبل الى التوزيع الاسي الذي هو حالة خاصة من توزيع ويبل ويكون في هذه الحالة معدل الفشل ثابت والجهاز أو الماكينة تكون في مرحلة العمر النافع، والتوزيع الاسي يمتاز بخاصية فقدان الذاكرة (Memory Lessens) ومفهوم هذه الخاصية ان الاستعمال السابق للجهاز أو الماكنة لا يؤثر على عملها في المدة القادمة أي العمر المقبل للجهاز لا يعتمد على عمره السابق، إذ أن عمل الماكنة في هذه المرحلة لا يتأثر بتقادمها واستهلاكها، وهذه الخاصية تتفق تماما مع طبيعة العطلات العشوائية التي يتعرض لها الجهاز أو الماكنة.
- عندما $(\beta = 2)$ فإن التوزيع يتحول الى توزيع رايلي (Rayleigh Distribution).
- عندما $(\beta < 1)$ يكون مشابها لشكل التوزيع الاسي.
- عندما $(\beta \geq 3)$ يكون مشابها لشكل التوزيع الطبيعي (يكون الشكل قريباً من التماثل).
- عندما ($1< \beta <3$) يكون التوزيع ملتويا (Skewed).
- عندما تكون معلمة الشكل $(\beta > 1)$ يكونمعدل الفشل متزايد (Increasing Failure Rate) وهي الحالة التي تمثل دخول الجهاز أو الماكنة مرحلة التاكل (الاستهلاك) والتقادم.
- عندما تكون معلمة الشكل $(\beta < 1)$ يكونمعدل الفشل متناقص (Decreasing Failure Rate).
- عندما تكون معلمة الشكل $(\beta = 1)$ يكون معدل الفشل ثابت (Decreasing Failure Rate).
- زيادة قيمة معلمة القياس (θ) في نقطة زمنية معينة يؤدي الى انخفاض معدل الفشل وزيادة قيمة دالة المعولية.

٤. تقدير معلمات توزيع ويبل:

يتم في هذه الفقرة تقدير معلمات توزيع ويبل ذي المعلمتين، وذلك باستخدام اثنين من طرائق التقدير وهي طريقة العزوم وطريقة الامكان الاعظم:

٤-١ طريقة العزوم Method of Moment[9]:

يتم ايجاد مقدرات العزوم من خلال ايجاد عزم العينة وذلك من خلال الصيغة الآتية:

$$M_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i{}^k$$

ومن ثم مساواة هذا العزم مع عزم المجتمع الذي يمكن الحصول عليه باستخدام الدالة المولدة للعزوم لتوزيع ويبل والتي تعرف كالآتي:

$$M_k(t) = \beta^k$$

$$M_k(t) = \beta^k \Gamma(1+\frac{k}{\theta})$$

إذ أن:

k : تمثل العزم النظري k ، وان $\Gamma(.)$ تعبر عن دالة كاما:

$$\Gamma(\theta) = \int_0^\infty x^{\theta-1} e^{-x} dx, \quad \theta > 0$$

ونحتاج في ايجاد تقدير المعلمات لتوزيع ويبل بهذه الطريقة إلى ايجاد عزمين فقط، وذلك باستخدام المعادلة $\frac{\sigma^2}{\mu_1{}^2} = M_2(t) - [M_1(T)]^2$ وذلك من خلال تبسيط المعادلة الآتية:

$$\frac{\sigma^2}{\mu_1{}^2} = \frac{M_2(t) - [M_1(T)]^2}{[M_1(T)]^2}$$

$$\frac{\mu_2 - \mu_1{}^2}{\mu_1{}^2} = \frac{M_2(t)}{[M_1(T)]^2} - 1$$

$$\frac{\mu_2}{\mu_1{}^2} - 1 = \frac{M_2(t)}{[M_1(T)]^2} - 1$$

$$\frac{\mu_2}{\mu_1{}^2} = \frac{M_2(t)}{[M_1(T)]^2}$$

بعد أخذ العزم الثاني للعينة وقسمته على العزم الأول للعينة، فإن دالة العزم النظري باستخدام البيانات تقرب إلى:

$$\frac{\mu_2}{\mu_1{}^2} = \frac{M_2(t)}{[M_1(T)]^2}$$

$$\frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i{}^2}{\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i\right]^2} \approx \frac{\beta^2 \Gamma(1+\frac{2}{\theta})}{\beta^2 \Gamma^2(1+\frac{1}{\theta})}$$

$$\frac{n\sum_{i=1}^{n} t_i{}^2}{\left[\sum_{i=1}^{n} t_i\right]^2} \approx \frac{\Gamma(1+\frac{2}{\theta})}{\Gamma^2(1+\frac{1}{\theta})}$$

هذه المعادلة تعتمد على قيمة $\hat{\eta}$ التي يتم ايجادها باستخدام Bisection Method باستخدام المعادلة الآتية:

$$f(x) = \frac{\Gamma(1+\frac{2}{x})}{\Gamma^2(1+\frac{1}{x})} - \frac{\mu_2}{\mu_1{}^2} = 0 \qquad ...(6)$$

إذ أن $\frac{\mu_2}{\mu_1{}^2}$ هي قيمة ثابتة يتم ايجادها من خلال بيانات العينة، وباستخدام هذه الطريقة Bisection Method نحصل على تقدير المعلمة β من خلال المعادلة الآتية:

$$\mu_1 = \bar{t} = \hat{\beta}\Gamma(1+\frac{1}{\hat{\theta}})$$

$$\Rightarrow \hat{\beta} = \frac{\bar{t}}{\Gamma(1+\frac{1}{\hat{\theta}})} \qquad \dots(7)$$

٤-٢ طريقة الامكان الاعظم (MLE) Maximum Likelihood Method[5]:

تعد طريقة الامكان الاعظم من الطرائق الشائعة لتقدير المعلمات التي تعتمد على دالة الامكان في ايجاد تقدير المعلمات، وسوف يتم استخدامها في ايجاد تقدير معلمات توزيع ويبل ذي المعلمتين كالآتي:

$$L(t_i,\beta,\hat{\theta}) = \underset{i=1}{\overset{n}{\pi}} f(x_i,\beta,\hat{\theta})$$

$$= \frac{\beta^n}{\hat{\theta}^n} \underset{i=1}{\overset{n}{\pi}}\left(\frac{t_i}{\hat{\theta}}\right)\exp(-\sum_{i=1}^{n}(\frac{t_i}{\hat{\theta}})^{\beta} \qquad \dots(8)$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي للمعادلة أعلاه نحصل على:

$$\ln L(t_i,\beta,\hat{\theta}) = n\ln\beta - n\ln\hat{\theta} + (\beta-1)\sum_{i=1}^{n}\ln(\frac{t_i}{\hat{\theta}}) - \sum_{i=1}^{n}(\frac{t_i}{\hat{\theta}})^{\beta} \qquad \dots(9)$$

وإن مقدرات الامكان الاعظم للمعلمات هي قيم المعلمات التي تعظم دالة الامكان، وعليه فإن مقدرات الامكان الاعظم لتوزيع ويبل يتم الحصول عليها من خلال حل المعادلات، وذلك من خلال مساواة المشتقات الجزئية لدالة الامكان $L(\alpha,\beta)$ بالصفر:

$$\frac{n}{\hat{\beta}} + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln t_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}\ln t_i}{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}} = 0 \qquad \dots(10)$$

$$\frac{-n}{\hat{\theta}} + \frac{1}{\hat{\theta}^2}\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}$$

وعليه فإن $\hat{\beta}$ هي حل المعادلة الآتية:

$$\frac{1}{\hat{\beta}} + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Lnt_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\hat{\beta}} Lnt_i}{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\hat{\beta}}} = 0 \qquad \dots(11)$$

وبما انه لا يمكن ايجاد الحل النظري للمعادلة (11)، لذلك يتم استخدام طريقة نيوتن - رافسن لايجاد الحل العددي لهذه المعادلة غير الخطية وذلك عندما تكون معلمة الشكل معلومة:

$$\hat{\theta}_{MLE} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\hat{\beta}}}{n} \right)^{\frac{1}{\hat{\beta}}} \quad \ldots(12)$$

$$\hat{\beta} = \left[\left(\sum_{i=1}^{n} t_i^{\hat{\beta}} Lnt_i \right) \left(\sum_{i=1}^{n} t_i^{\hat{\beta}} \right)^{-1} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} Lnt_i \right]^{-1} \quad \ldots(13)$$

وبعد ايجاد تقدير المعلمات $\hat{\beta}, \hat{\theta}$ بكل من طريقتي العزوم وطريقة الإمكان الاعظم يتم ايجاد تقدير دالة المعولية من خلال تعويض المعلمات المقدرة في صيغة حساب دالة المعولية لتوزيع ويبل فنحصل على:

$$\hat{R}(t) = \exp\left[\frac{-t^{\hat{\beta}}}{\hat{\theta}} \right] \quad \ldots(14)$$

٥. الجانب التطبيقي:

يتضمن هذا الفصل اختبار نوعين من البيانات، النوع الأول يمثل بيانات عن عطلات اطارات الطائرات، أما النوع الثاني فيمثل بيانات عن سرطان الرئة، بعد الحصول على هذين النوعين من البيانات تم اختبار كل نوع على حدى لمعرفه توزيعه وذلك باستخدام برنامج Easy Fit، ومن ثم تقدير معلمات ودالة معولية التوزيع باستخدام كل من طريقتي العزوم وطريقة الامكان الاعظم وذلك باستخدام برنامج R.

٥-١ بيانات عن عطلات اطارات الطائرات:

تم الحصول على هذه البيانات من خلال المصدر[4] الذي يبين ان البيانات تم الحصول عليها من قسم التخطيط الفني في شركة الخطوط الجوية العراقية وهي إحدى الشركات التابعة الى وزارة النقل والمواصلات، وان آلية فحص الطائرات في الشركة يجري بصورة يومية للطائرات الموجودة في مطار بغداد الدولي والطائرات المغادرة يجري فحصها حال وصولها، وعليه فإن جميع العطلات وانواعها وأوقات حدوثها، فضلاً عن الإجراء المتبع لإصلاحها مدون في التقارير اليومية لقسم التخطيط الفني، والجدول (1) يوضح الطائرات العراقية في مطار بغداد.

الجدول (1) عدد الطائرات لكل نوع من الطائرات في شركة الخطوط الجوية العراقية

نوع الطائرة	عدد الطائرات لكل نوع
CRJ	6
AriBus 330	1
AriBus 320	3
AriBus 321	2
Boeing B 777	1
Boeing B 737-800	10

علماً ان البيانات التي تم استخدامها تمثل العطلات التي تحدث في العجلات الرئيسية (Main Wheel) للطائرات نوع Boeing 737-800 ، أما الكود الخاص بكل طائرة من طائراتها هو كما موضح في الجدول الآتي:

الجدول (2) الكود الخاص بكل طائرة من طائرات Boeing 737-800

Y1 ASE	Y1 ASU	Y1 ASR
Y1 ASQ	Y1 ASK	Y1 AST
Y1 ASJ	Y1 ASS	
Y1 ASG	Y1 ASA	

البيانات الحقيقية لهذا الجانب التطبيقي تمثل الفترات الزمنية لحدوث العطل في العجلات الرئيسية (Main Wheel) للطائرات العراقية نوع Boeing 737-800 مقاسة بالأيام، وكان حجم العينة التي تم الاعتماد عليها في هذا البحث هو(n=143) ، ولمعرفة فيما اذا كانت البيانات تتوزع وفقاً لتوزيع ويبل ذي المعلمتين تم اختبار الفرضية الآتية:

H0: البيانات تتوزع وفقا لتوزيع ويبل.

H1: البيانات لا تتوزع وفقا لتوزيع ويبل.

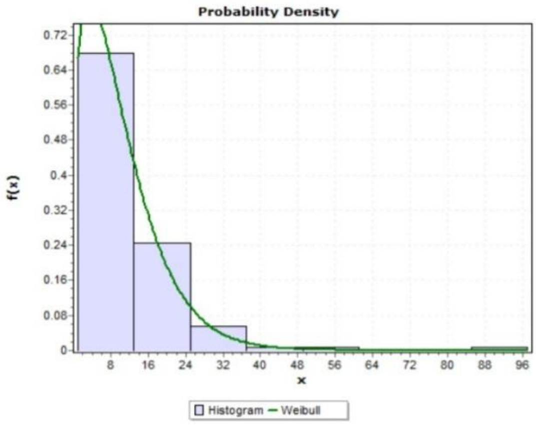
إذ تم اختبار الفرضية اعلاه باستخدام برنامج (Easy Fit) الذي يعتمد على كل من اختبار(Kolmogrov-Smirnov) واختبار (Anderson-Darling) وكانت النتائج كما مبينة في الجدول الآتي:

الجدول (3) نتائج اختبار بيانات عطلات اطارات الطائرات باستخدام برنامج (Easy Fit)

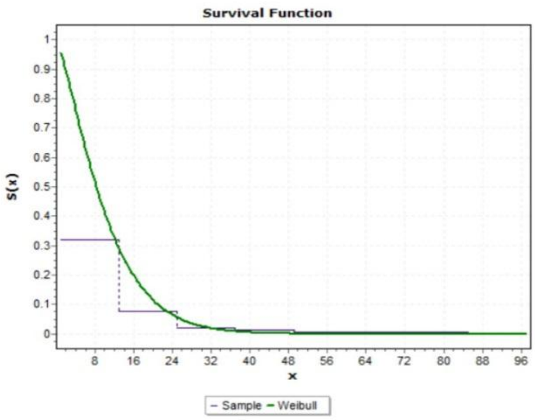
Weibull					
Kolmogorov- Smirnov					
Sample size Statistic Rank	143 0.06791 2				
α	0.2	0.15	0. 1	0.05	0.01
Critical value	0.08948	0.09533	0.10202	0.11373	0.13631
Reject	No	No	No	No	No
Anderson- darling					
Sample size Statistic Rank	143 0.74073 2				
α	0.2	0.15	0. 1	0.05	0.01
Critical value	1.3749	1.6024	1.9286	2.508	3.9074
Reject	No	No	No	No	No

ومن خلال الجدول (3) وبالاعتماد على اختبار (Kolmogrov-Smirnov) نلاحظ ان قيمة الإحصاءة (Statistics = 0.06791) هي أصغر من القيمة الحرجة Critical Value عند مستويات مختلفة من(α =0.2, 0.15, 0.1, 0.05, 0.01) ، لذلك نقبل فرضية العدم (H0) أي إن البيانات تتبع توزيع ويبل ذي المعلمتين وكذلك من خلال الاعتماد على اختبار (Anderson-Darling) نلاحظ ان قيمة الإحصاء (Statistics = 0.74073)، وهي أصغر من القيمة الحرجة Critical Value عند مستويات مختلفة من (α = 0.2, 0.15, 0.1, 0.01, 0.05)، لذلك نقبل

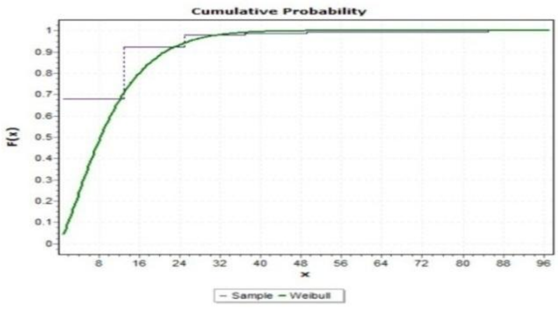
فرضية العدم (H0) أي إن البيانات تتبع توزيع ويبل ذي المعلمتين وان الرسومات التي تمثل دالة الكثافة الاحتمالية (Probability Density)، ودالة المعولية، ودالة الكثافة التجميعية هي كالآتي:



الشكل (1) دالة الكثافة الاحتمالية لبيانات عطلات اطارات الطائرات



الشكل (2) دالة المعولية لبيانات عطلات اطارات الطائرات



الشكل (3) دلة الكثافة التجميعية لبيانات عطلات اطارات الطائرات

٥-٢ بيانات عن سرطان الرئة:

تم الحصول على البيانات من مستشفى نانكهلي التي تمثل زمن بقاء المريض المصاب بسرطان الرئة حتى وفاته مقاساً بالأيام، وكان حجم العينة التي تم الاعتماد عليها في هذا البحث هو (n = 88)، ولمعرفة فيما اذا كانت البيانات تتوزع وفقاً لتوزيع ويبل ذي المعلمتين تم اختبار الفرضية الآتية:

H0: البيانات تتوزع وفقا لتوزيع ويبل.

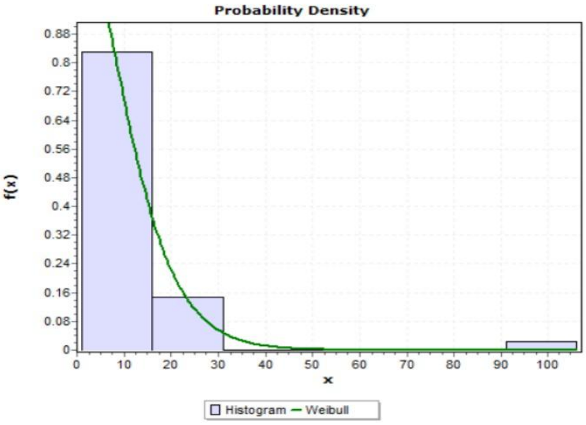
H1: البيانات لا تتوزع وفقا لتوزيع ويبل.

إذ تم اختبار الفرضية أعلاه باستخدام برنامج (Easy Fit) الذي يعتمد على كل من اختبار (Kolmogrov-Smirnov)واختبار (Anderson-Darling) وكانت النتائج كما مبينة في الجدول الآتي:

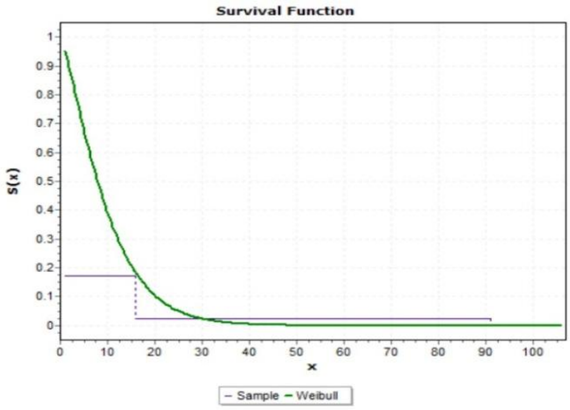
الجدول (4) نتيجة نتائج اختبار بيانات سرطان الرئة باستخدام برنامج (Easy Fit)

Weibull					
Kolmogorov- Smirnov					
Sample size Statistic Rank	88 0.08562 1				
α	0.2	0.15	0. 1	0.05	0.01
Critical value	0.11406	0.12152	0.13005	0.14498	0.17376
Reject	No	No	No	No	No
Anderson- darling					
Sample size Statistic Rank	88 1.1263 2				
α	0.2	0.15	0. 1	0.05	0.01
Critical value	1.3749	1.6024	1.9286	2.5018	3.9074
Reject	No	No	No	No	No

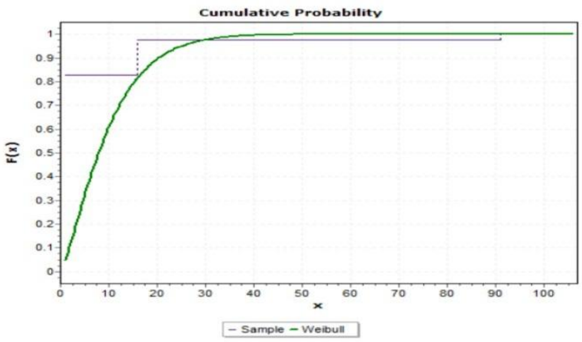
ومن خلال الجدول (4) وبالاعتماد على اختبار (Kolmogrov-Smirnov) نلاحظ قيمة الإحصاءة (Statistics = 0.08562) وهي أصغر من القيمة الحرجة Critical Value عند مستويات مختلفة من (α =0.2, 0.15, 0.1, 0.05, 0.01)، لذلك نقبل فرضية العدم (H0) أي إن البيانات تتبع توزيع ويبل ذي المعلمتين. وكذلك من خلال الاعتماد على اختبار (Anderson-Darling)، نلاحظ ان قيمة الإحصاء (Statistics = 1.1263)، وهي أصغر من القيمة الحرجة Critical Value عند مستويات مختلفة من (α = 0.2, 0.15, 0.1, 0.01, 0.05)، لذلك نقبل فرضية العدم (H0) أي إن البيانات تتبع توزيع ويبل ذي المعلمتين المعلمتين وان الرسومات التي تمثل دالة الكثافة الاحتمالية، ودالة البقاء، ودالة الكثافة التجميعية هي كالآتي:



الشكل (4) دالة الكثافة الاحتمالية لبيانات سرطان الرئة



الشكل (5) دلة المعولية لبيانات سرطان الرئة



الشكل (6) دلة الكثافة التجميعية لبيانات سرطان الرئة

٣-٥ تقدير المعلمات ودالة المعولية باستخدام برنامج R:

سوف يتم في هذه الفقرة تقدير المعلمات وكذلك دالة المعولية أو دالة البقاء لتوزيع ويبل ذي المعلمتين، وذلك حسب نوع البيانات التي تم استخدامها في هذا البحث وهي بيانات عن عطلات اطارات الطائرات، وبيانات عن سرطان الرئة وذلك باستخدام برنامج R، إذ تم الحصول على النتائج كما في الجداول الموضحة أدناه:

الجدول (5) نتائج تقدير المعلمات باستخدام كل من طريقتي الامكان الاعظم وطريقة العزوم لبيانات عطلات اطارات الطائرات

Method for estimation	B	θ
MLE	1.13304	11.49583
Moment	0.9652436	10.7673536

من خلال الجدول (5) نلاحظ ان كل من طريقتي الامكان الاعظم وطريقة العزوم قد اعطت نتائج متقاربة لتقدير كل من معلمتي الشكل والقياس.

الجدول (6) نتائج تقدير دالة المعولية باستخدام كل من طريقتي الامكان الاعظم وطريقة العزوم لبيانات عطلات اطارات الطائرات

t_i	$R_{mle}(t_i)$	$R_{mom}(t_i)$	t_i	$R_{mle}(t_i)$	$R_{mom}(t_i)$
1	0.91669	0.91131	11	0.26809	0.39066
2	0.82631	0.83416	12	0.23391	0.35978
3	0.73931	0.76477	13	0.20377	0.33142
4	0.65808	0.70186	14	0.17727	0.30536
5	0.58345	0.64461	15	0.15401	0.28141
6	0.5156	0.59239	16	0.13363	0.25938
7	0.45437	0.54466	17	0.11581	0.23912
8	0.39944	0.50098	18	0.10026	0.22048
9	0.35039	0.46098	19	0.0867	0.20333
10	0.30676	0.4243	20	0.0749	0.18753

أما من خلال الجدول (6) فيمكن ملاحظة ان قيم تقدير دالة المعولية لتوزيع ويبل ذي المعلمتين تتناقص بازدياد الزمن ti لكل من طريقتي الامكان الاعظم والعزوم.

الجدول (7) يمثل نتائج تقدير المعلمات باستخدام كل من طريقتي الامكان الاعظم وطريقة العزوم لبيانات سرطان الرئة

Method for estimation	B	θ
MLE	1.034374	11.147683
Moment	0.7513433	9.2236648

من خلال الجدول (7) نلاحظ ان كل من طريقتي الامكان الاعظم وطريقة العزوم قد اعطت نتائج مختلفة نوعا ما لتقدير كل من معلمتي الشكل والقياس.

الجدول (8) يمثل نتائج تقدير دالة البقاء باستخدام كل من طريقتي الامكان الاعظم وطريقة العزوم لبيانات لبيانات سرطان الرئة

t_i	$R_{mle}(t_i)$	$R_{mom}(t_i)$	t_i	$R_{mle}(t_i)$	$R_{mom}(t_i)$
1	0.9142	0.89725	13	0.27981	0.47482
2	0.83216	0.83318	14	0.25281	0.455
3	0.75618	0.78075	15	0.22836	0.43633
4	0.68637	0.73549	16	0.20622	0.41871
5	0.62248	0.69538	17	0.18619	0.40206
6	0.56416	0.65926	18	0.16807	0.38631
7	0.51101	0.62638	19	0.15169	0.37137
8	0.46264	0.59621	20	0.13687	0.35719
9	0.41867	0.56835	21	0.12349	0.34372
10	0.37873	0.5425	22	0.11139	0.33091
11	0.34248	0.51842	23	0.10046	0.31871
12	0.30961	0.49592	24	0.09059	0.30709

أما من خلال الجدول (8) فيمكن ملاحظة ان قيم تقدير دالة البقاء لتوزيع ويبل ذي المعلمتين تتناقص بازدياد الزمن ti لكل من طريقتي الامكان الاعظم والعزوم.

٥. الاستنتاجات والتوصيات:

٥-١ الاستنتاجات:

بعد أن تناولنا الجانب التطبيقي الخاص بالبحث يمكن تلخيص أهم الإستنتاجات التي خرج بها هذا البحث:

١. من خلال الجدول (3) وبالاعتماد على اختبار (Kolmogrov-Smirnov) نلاحظ ان قيمة الإحصاءة (Statistics = 0.06791) أصغر من القيمة الحرجة Critical Value عند مستويات مختلفة من ($\alpha = 0.01, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2$) لذلك نقبل فرضية العدم (H_0) أي إن البيانات تتبع توزيع ويبل ذي المعلمتين.

٢. وكذلك من خلال الجدول (3) وبالاعتماد على اختبار (Anderson-Darling) نلاحظ ان قيمة الإحصاءة (Statistics = 0.74073) وهي أصغر من القيمة الحرجة Critical Value عند مستويات مختلفة من ($\alpha = 0.01, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2$) ، لذلك نقبل فرضية العدم (H_0) أي إن البيانات تتبع توزيع ويبل ذي المعلمتين.

٣. من خلال الجدول (4) وبالاعتماد على اختبار (Kolmogrov-Smirnov) نلاحظ ان قيمة الاحصاءة (Statistics = 0.08562) وهي أصغر من القيمة الحرجة Critical Value عند مستويات مختلفة من ($\alpha = 0.01, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2$) لذلك نقبل فرضية العدم (H_0) أي إن البيانات تتبع توزيع ويبل ذي المعلمتين.

٤. ومن خلال الاعتماد على اختبار (Anderson-Darling) نلاحظ ان قيمة الإحصاءة (Statistics = 1.1263) وهي أصغر من القيمة الحرجة Critical Value عند مستويات مختلفة من ($\alpha = 0.01, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2$) لذلك نقبل فرضية العدم (H_0) أي إن البيانات تتبع توزيع ويبل ذي المعلمتين.

٥. من خلال الجدول (5) نلاحظ ان كل من طريقتي الامكان الاعظم وطريقة العزوم قد اعطت نتائج متقاربة لتقدير كل من معلمتي الشكل والقياس، أما من خلال الجدول (6) فيمكن ملاحظة ان قيم تقدير دالة المعولية لتوزيع ويبل ذي المعلمتين تتناقص بازدياد الزمن t_i لكل من طريقتي المكان الاعظم والعزوم.

٦. من خلال الجدول (7) نلاحظ ان كل من طريقتي الامكان الاعظم وطريقة العزوم قد اعطت نتائج مختلفة نوعاً ما لتقدير كل من معلمتي الشكل والقياس، أما من خلال الجدول (8) فيمكن ملاحظة ان قيم تقدير دالة البقاء لتوزيع ويبل ذي المعلمتين تتناقص بازدياد الزمن t_i لكل من طريقتي الامكان الاعظم والعزوم.

٥-٢ التوصيات:

يمكن وضع التوصيات الآتية على ضوء استنتاجات البحث:

١. استخدام توزيع ويبل لنمذجة العديد من البيانات سواء كانت اوقات عطل للمكائن أو عدد أيام البقاء للمرضى وذلك لانه من التوزيعات الشائعة لتمثيل هذا النوع من البيانات ومن ثم تقدير كل من المعلمات ودالة المعولية أو دالة البقاء لهذا التوزيع.

٢. استخدام طرائق أخرى مع طريقتي العزوم والامكان الاعظم لغرض تقدير المعلمات ودالة معولية توزيع ويبل ذي المعلمتين والمقارنة بين هذه الطرائق من خلال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ MSE لغرض التوصل إلى أفضل طريقة تقدير.

٣. نوصي بالقيام بهذا النوع من البحوث لكي تستفيد منها وزارة الصحة وكذلك الجهات المسؤلة عن معولية المكائن.

المصادر والمراجع:

أولاً: المصادر العربية:

١. العاني، مي تحسين عبدالحليم، (٢٠٠٧)، مقارنة بين طرائق تقدير المعولية في حالة الاجهاد والمتانة لانموذج باريتو وويبل"، رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

٢. جعفر، صادق مولى وآخرون، (٢٠٠٩)، أفضل تقدير لمعولية ويبل ذي المعلمتين، مجلة بغداد للعلوم، المجلد ٦، العدد ٤.

٣. كامل، براق صبحي، (٢٠٠٦)، معولية الانظمة القابلة للتصليح مع تطبيق عملي، رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

٤. محمد، نور أياد، (2017)، تقدير معلمات توزيع بواسون المركب مع تطبيق عملي، رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

ثانياً: المصادر الأجنبية:

5. Almazah, M. & Ismail, M. (2021). Selection of Efficient Parameter Estimation Method for Two-Parameter Weibull Distribution. Mathematical Problems in Engineering.
6. K.C. Datsiou & M. Overend, 2018, Weibull parameter estimation and goodness-of-fit for glass strength data, Structural Safety, Vol. 73, pp. 29-41.
7. M. Teimouri, S.M. Hoseini & S. Nadarajah, 2013, Comparison of estimation methods for the Weibull distribution, Statistics, Vol. 47, No. 1, pp. 93-109.
8. N.L. Johnson, S. Kotz & N. Balakrishnan, 1994, Continuous Univariate Distributions, 2nd ed., Wiley, NewYork, USA.
9. Nielsen, M.A. (2011). Parameter estimation for the two-parameter Weibull distribution. Brigham Young University.

10. Rasheed, D.H. & Wakil, A.A. (2009), Introduction to mathematical statistics, College of management and economics, Baghdad University.
11. S.C. Malik, S.K. Chauhan & N. Ahlawat, 2020, Reliability analysis of a non-series-parallel system of seven components with weibull failure laws, International Journal of Systems Assurance Engineering and Management, Vol. 11, No. 1, pp. 577–582.
12. T. Hidekazu, P. Nabendu & K. L. Wooi, 2018, On improved estimation under Weibull model, Journal of Statistical Beory and Practice, Vol. 12, No. 1, pp. 48-65.
13. X. Jia, 2020, Reliability analysis for weibull distribution with homogeneous heavily censored data based on bayesian and least squares methods, Applied Mathematical Modelling, Vol. 83, pp. 169–188.
14. Y.M. Kantar, 2015, Generalized least squares and weighted least squares estimation methods for distributional parameters, Revstat-Statistical Journal, Vol. 13, No. 3, pp. 263-282.